(c) Calculer I_1.

$\forall n \in \mathbb{N}$

$$I_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2n+3} - \frac{2n+2}{2n+3} \cdot I_n$$

pour $n = 0$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3} \cdot I_0$$

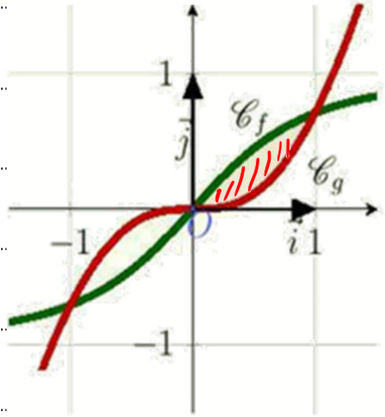
$$= \frac{\sqrt{2} - 2(\sqrt{2} - 1)}{3}$$

$$\boxed{I_1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{3}}$$

4 Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ et $g(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$.

On a représenté ci-contre les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Calculer l'aire $\mathscr{A}$ en $(u.a)$ de la partie du plan limitée les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.



$$\mathscr{A} = \int_0^1 |f(x) - g(x)| \, dx$$

on sur $[0,1]$

$\mathscr{C}_f$ au dessus de $\mathscr{C}_g$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) \geq 0$$

$$\mathscr{A} = \int_0^1 f(x) - g(x) \, dx$$